

SERI MATERI KULIAH

Aljabar Linear Elementer



Dani Suandi, M.Si.



ALJABAR LINEAR ELEMENTER

SISTEM PERSAMAAN LINEAR (SPL) DAN RAGAM SOLUSINYA



1. Pendahuluan

Persamaan linear adalah persamaan dimana peubahnya tidak memuat eksponensial, trigonometri (seperti \sin , \cos , dll.), perkalian, pembagian dengan peubah lain atau dirinya sendiri.

Contoh :

Jika perusahaan A membeli 1 Laptop (x) dan 2 PC (y) maka ia harus membayar \$ 5000, sedangkan jika membeli 3 Laptop dan 1 PC maka ia harus membayar \$ 10000.

Representasi dari masalah tersebut dalam bentuk SPL

$$x + 2y = 5000$$

$$3x + y = 10000$$

- **Bentuk umum sistem persamaan linear**

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n = b_1$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n = b_2$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n = b_m$$

- **Dapat ditulis dalam bentuk :**

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

Atau

$$AX = B$$

dimana

- A dinamakan matriks koefisien
- X dinamakan matriks peubah
- B dinamakan matriks konstanta

Contoh :

Perhatikan bahwa SPL

$$x + 2y = 5000$$

$$3x + y = 10000$$

dapat ditulis dalam bentuk perkalian matriks

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5000 \\ 10000 \end{pmatrix}$$

Solusi SPL

→ Himpunan bilangan Real dimana jika disubstitusikan pada peubah suatu SPL akan memenuhi nilai kebenaran SPL tersebut.

Perhatikan SPL :

$$\begin{array}{l} x + 2y = 5000 \checkmark \\ 3x + y = 10000 \checkmark \end{array}$$

$\{x=0, y=2500\}$ Bukan solusi

$$\begin{array}{r} 6x + 2y = 20.000 \\ x + 2y = 5.000 \quad - \\ \hline 5x = 15.000 \\ x = 3000 \checkmark \end{array}$$

Maka

$\{x = 3000, y = 1000\}$ merupakan solusi SPL tersebut
 $\{x = 1000, y = 3000\}$ merupakan bukan solusi SPL itu

$$\begin{array}{r} x + 2y = 5000 \\ 3000 + 2y = 5000 \\ \hline 2y = 2000 \\ y = 1000 \checkmark \end{array}$$

Suatu SPL, terkait dengan solusi, mempunyai tiga kemungkinan :

- SPL mempunyai solusi tunggal
- SPL mempunyai solusi tak hingga banyak
- SPL tidak mempunyai solusi

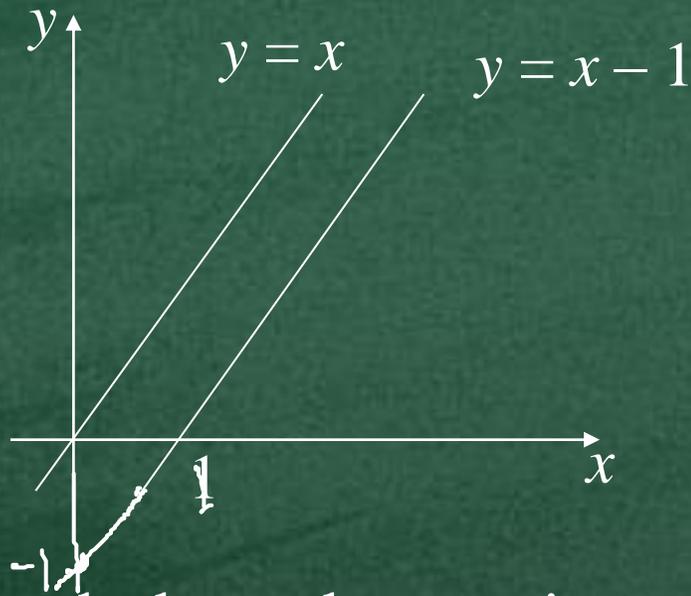
Perhatikan SPL

$$x - y = 0$$

$$(2x - 2y = 2) : 2 \rightarrow x - y = 1 \Rightarrow y = x - 1$$

$$\begin{array}{c|c|c} x & 0 & 1 \\ \hline y & -1 & 0 \end{array}$$

Jika digambar dalam kartesius



Terlihat bahwa dua garis tersebut adalah sejajar

Tak akan pernah diperoleh titik potong kedua garis itu

Artinya

SPL diatas TIDAK mempunyai solusi

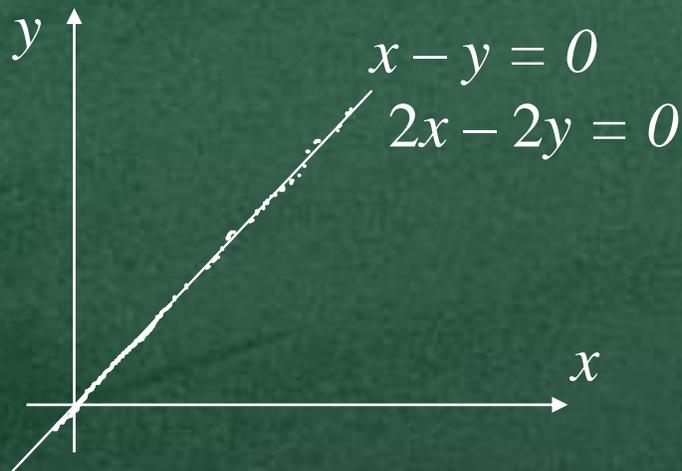
Perhatikan SPL

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ 2x - 2y = 0 \end{cases}$$

Jika kedua ruas pada persamaan kedua dikalikan $\frac{1}{2}$

Diperoleh persamaan yang sama dengan pers. pertama

Jika digambar dalam kartesius



- 0) tunggal
 - 0) tidak punya solusi
 - 0) solusi banyak.
-

Terlihat bahwa dua garis tersebut adalah berimpit

Titik potong kedua garis banyak sekali sepanjang garis tersebut

Artinya

SPL diatas mempunyai solusi tak hingga banyak

Terimakasih